**2023 年普通高等学校招生全国统一考试数学**

**本试卷共 4 页，22 小题，满分 150 分。考试用时120 分钟**

**注意事项:**

**1.答卷前，考生务必用黑色字迹笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答卡上用**

**2 笔试(A)在答卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。作答选择题时，选出每小题等案后，用 2B 笔把答卡上对应题目选项的答案信息点涂黑:如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。**

**3.非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，符案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案;不准便用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。**

**4.考生必须保持答题爷的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有 一项是符合题目要求的**  
1. 已知集合 , 则   
A.   
B.   
C.   
D.   
2. 已知 , 则   
A.   
B.   
C. 0  
D. 1  
3. 已知向量 . 若 , 则  
A.   
B.   
C.   
D.   
4. 设函数 在区间 单调递减, 则 的取值范围是  
A.   
B.   
C.   
D.   
5. 设椭圆 的离心率分别为 . 若 , 则   
A.   
B.   
C.   
D.   
6. 过点 与圆 相切的两条直线的夹角为 , 则   
A. 1  
B.   
C.   
D.   
7. 记 为数列 的前 项和, 设甲: 为等差数列; 乙: 为等差数列, 则  
A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件  
B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件  
C. 甲是乙的充要条件  
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件  
8. 已知 , 则   
A.   
B.   
C.   
D.

1. **选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合 题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分**  
   9. 有一组样本数据 , 其中 是最小值, 是最大值, 则  
   A. 的平均数等于 的平均数  
   B. 的中位数等于 的中位数  
   C. 的标准差不小于 的标准差  
   D. 的极差不大于 的极差  
   10. 噪声污染问题越来越受到重视, 用声压级来度量声音的强弱, 定义声压级 , 其中常数 是听觉下限阑值, 是实际声压. 下表为不同声源 的声压级:

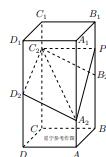
  
已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车 处测得实际声压分别为 , 则  
A.   
B.   
C.   
D.   
11. 已知函数 的定义域为 , 则  
A.   
B.   
C. 是偶函数  
D. 为 的极小值点  
12. 下列物体中, 能够被整体放入核长为 1 (単位: ) 的正方体容器 (容器壁厚度忽略不 计)内的有  
A. 直径为 的球体  
B. 所有棱长均为 的四面体  
C. 底面直径为 , 高为 的圆柱体  
D. 底面直径为 , 高为 的圆柱体  
**三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.**  
13. 某学校开设了 4 门体育类选修课和 4 门艺术类选修课, 学生需从这 8 门课中选修 2 门或 3 门课, 并且每类选修课至少选修 1 门, 则不同的选课方案共有 种 (用数字作答).

14. 在正四棱台 中, , 则该棱台的体积为

15. 已知函数 在区间 有且仅有 3 个零点, 则 的取值范围是

16. 已知双曲线 的左、右焦点分别为 . 点 在 上. 点 在 轴上, , 则 的离心率为

**四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.**  
17. 已知在 中, .  
(1) 求 ;  
（2）设 , 求 边上的高.  
18. 如图, 在正四棱杜 中, . 点 分别在棱 上, , .  
(1) 证明: ;  
（2） 点 在棱 上, 当二面角 为 时, 求.

  
19. 已知函数 .  
(1) 讨论 的単调性;  
（2）证明: 当 时, .

20. 设等差数列 的公差为 , 且 , 令 , 记 分别为数列 , 的前 项和.  
(1) 若 , 求 的通项公式;  
( 2 ) 若 为等差数列, 且 , 求 .

21. 甲乙两人投篮, 每次由其中一人投篮, 规则如下: 若命中则此人继续投篮, 若末命中则 换为对方投篮. 无论之前投篮情况如何, 甲每次投篮的命中率均为 0.6 , 乙每次投篮的 命中率均为 0.8 , 由抽签决定第一次投篮的人选, 第一次投篮的人是甲, 乙的概率各为 0.5 .  
( 1 ) 求第 2 次投篮的人是乙的概率;  
( 2 ) 求第 次投篮的人是甲的概率;  
( 3 ) 已知: 若随机变量 服从两点分布, 且 , 则 , 记前 次 (即从第 1 次到第 次投篮) 中甲 投篮的次数为 , 求 .

22. 在直角坐标系 中, 点 到 轴的距离等于点 到点 的距离, 记动点 的轨迹为 .  
(1) 求 的方程;  
( 2 ) 已知矩形 有三个顶点在 上, 证明: 矩形 的周长大于 .